

Prof. Lutfi Ahmad Zadeh

**Ripai, S.Pd., M.Si**

MATEMATIKA DISKRIT

Kata Pengantar

SILABUS MATEMATIKA DISKRIT 2013

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Minggu | Topik | Ruang Lingkup |
| 1 | Pengantar Matematika Diskrit | Pengertian, |
| 2 | Himpunan Klasik (crips) | Pengertian, Pendefinisian dan Terapan |
| 3 | Himpunan Modern (Fuzzy) | Pengertian, Definisi dan Terapan |
| 4 | Diskusi dan Presentasi Topik-Topik Terapan Himpunan Fuzzy |  |
| 6 | Logika Klasik (crips) |  |
| 7 | Logika Modern (fuzzy) |  |
| 8 | Diskusi dan presentasi terapan logika fuzzy |  |
| 9 | MID |  |
| 10 | Aljabar Klasik |  |
| 11 | Aljabar Modern (Bolean) |  |
| 12 | Diskusi dan presentasi Topik-topik terapan aljabar Boolean |  |
| 13 | Algoritma |  |
| 14 | Kriptografi |  |
| 15 | Diskusi dan presentasi topik-topik terapan kriptografi |  |
| 16 | UAS |  |

1. **HIMPUNAN**

1.1 Pengertian Himpunan

1.2 Himpunan Klasik

1.3 Himpunan Modern

1.4 Tugas

Himpunan klasik (crip) merupakan konsep himpunan yang dipelajari pada tingkat sekolah dasar, menegah dan lanjutaan hingga dalam pengantar dasar matematika pada jenjang S1 yang dikembangkan oleh Ahli matematika Jerman George Cantor (1845-1918). Dalam **himpunan klasik** ini, keberadaan suatu elemen pada suatu himpunan (sebut misal himpunan A) hanya akan memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yakni menjadi anggota A atau tidak menjadi anggota A. Jika objek tersebut menjadi anggota A, maka nilai keanggotaanya 1 dan jika tidak nilai keanggotaanya 0. Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, teori himpunan dikembangkan lebih modern yang disebut **himpunan fuzzy** (Akan di bahas pada bagian II)**.** Konsep ini dikembangkan oleh ilmuan islam Prof. Lutfi Ahmad Zadeh berkebangsaan Iran. Dalam teori himpunan fuzzy yang dikembangkan, nilai keanggotaan suatu elemen berada pada himpunan bilangan real [0, 1]. Konsep ini merupakan pendefinisian untuk suatu himpunan yang keangggotaan tidak jelas menjadi jelas.

**1.1. Pengertian Himpunan**

Dalam kehidupan sehari-hari, sebutan himpunan, kumpulan, gugus, kelompok atau *set* bukanlah sesuatu yang asing. Misalnya sebutan-sebutan sebagai berikut:

1. Himpunan negara-negara asia, yang disingkat dengan ASEAN
2. Perhimpunan bangsa-bangsa yang disingkat dengan PBB
3. Himpunan Mahasiswa Nahdlatul Wathan yang disingkat HIMMAH NW
4. Sekumpulan binatang menjijikkan
5. Kelompok gadis cantik
6. Kumpulan lukisan indah
7. Dalam Al-Qur’an surat Ar-ruum ayat 15 disebutkan konsep himpunan sebagai berikut:

“***barang siapa yang beriman dan beramal soleh, maka mereka semua akan dihimpun di dalam sorga bersama orang-orang yang bergembira***”

Pernahkah saudara berfikir, apakah yang dimaksud dengan himpunan? Coba anda perhatikan sebutan himpunan di atas, dalam konteks matematika sebutan himpunan pada option *d*, *e* dan *f* bukan termasuk himpunan, karena anggotanya tidak jelas atau tidak dapat disebutkan secara tegas karena bersifat relatif tergantung dari suatu sudut pandang tertentu. Binatang menjijikkan, gadis cantik dan lukisan indah bagi beberapa orang bisa jadi benar tapi untuk orang lain bisa jadi tidak. Akan tetapi sebutan pada option *a*, *b*, *c*, dan *g* sifat objek/individu di dalam himpunan tersebut dapat ditentukan dengan jelas dan insyaAllah setiap orang akan memiliki pemahaman yang sama tentang karakteristik anggotanya. Misalnya dalam optin *g*, siapa yang terdapat dalam himpunan orang-orang yang bergembira di dalam sorga..? Jelas mereka yang beriman dan beramal soleh. Bagaimana jika hanya beriman tanpa beramal soleh..? atau sebaliknya beramal soleh tanpa beriman..? Jelas dapat kita ketahui mereka tersebut bukan termasuk dalam himpunan orang-orang yang bergembira di dalam sorga. Apalagi jika tidak beriman dan tidak beramal soleh jelas bukan anggota himpunan tersebut. Jadi apakah himpunan tersebut..?

Dalam matematika, konsep himpunan termasuk dalam unsur yang tidak terdefinisi (*undefinedterm*), artinya bahwa jika kita menjawab pertanyaan “apakah himpunan itu?” Kita tidak bisa menyebutkan dengan tepat sehingga jelas pengertiannya. Jika kita jawab “ Himpunan adalah kumpulan objek …” pernyataan itu kurang tepat, sebab himpunan dijelaskan oleh kumpulan sementara kumpulan sendiri adalah himpunan. Akan tetapi kita dapat membedakan konsep himpunan dan bukan himpunan dengan pengertian sebagai berikut:

|  |
| --- |
| Pengertian 1.1 Himpunan  a). Himpunan (set) adalah kumpulan objek-objek yang berlainan dan terdefinisi dengan jelas (weel defined).  b).Objek-objek dalam himpunan disebut anggota atau *elemen* yang disimbolkan dengan  dan  untuk bukan elemen..  b).Banyaknya anggota himpunan disebut dengan kardinal himpunan yang disimbolkan dengan n(A) untuk missal A suatu himpunan |

Kata kunci dari konsep pengertian himpunan tersebut adalah berlainan dan terdefinisi. Berlainanberarti objek-objek dalam kumpulan tersebut berbeda satu dengan yang lainnya dan terdefinisi dimasudkan dengan masing-masing dari objek yang berlainan tersebut memenuhi semua sifat sebutannya atau dapat ditentukan dengan jelas.

**Teladan1.1**

Selidiki manakah berikut ini yang merupakan himpunan

1. R = Koleksi nama-nama Nabi Rasul
2. M = Kumpulan makanan lezat
3. A = Himpunan bilangan asli yang kurang dari 15
4. B = Himpunan binatang ternak
5. J = Himpunan banyi yang menggemaskan
6. D = Himpunan dosen non muslim IAIN Mataram
7. Z = Himpunan nama-nama Allah
8. U = {a,2,3,1,a,4,3}

***Solusi:***

1. R merupakan himpunan, karena objek anggotanya dapat terdefinisi dengan jelas dimana *elemen* dari R = {Adam, Idris, Nuh, Hud, Soleh, Ibrahim, Luth, Ismail, Ishak, Ya’kub, Yusuf, Ayub, Syuib, Musa, Harun, Zulkifli, Daut, Sulaiman, Ilyas, Ilyasa, Yunus Zakaria, Yahya, Isa, Muhammad}
2. Karena **lezat** bersifat relatif, tergantung dari cipta rasa seseorang, maka makanan lezat dinyatakan tidak terdefinisi. Oleh karena itu M **bukan** termasuk himpunan, akan tetapi bisa disebut himpunan jika konsep lezat diberikan kriteria-kriteria tertentu. Analisis himpunan pada option c, d, e, f dan g diberikan sebagai latihan mahasiswa.

**METODE PENDEFINISIAN HIMPUNAN**

Pendefinisian himpunan dapat dilakukan dengan beberapa metode. Dalam kuliah ini akan dibahas 7 metode yakni (1) *Menyatakan Sifat*, (2) *Enumerasi,* (3) *Menuliskan Pola*, (4) *Notasi,* (5) *Interval,* (6) *Grafik* dan (7) *Diagram Venn*. Berikut akan diuraikan secara ringkas dan jelas.

1. **Menyatakan sifat keanggotaan,**

Metode ini dilakukan dengan cara menuliskan kalimat pernyataan yang memuat sifat-sifat keanggotan dari himpunan tersebut.

**Teladan 1.2**

1. M = Himpunan nama malaikat yang wajib diketahui dan diimani oleh umat islam.

Artinya bahwa, M telah didefinisikan sebagai himpunan nama-nama malaikat yang wajib kita ketahui, sehingga jika seseorang menyatakan M, maka yang dimasudkan adalah nama-nama malaikat yang wajib diketahui dan diimani umat islam.

1. B = Himpunan bilangan bulat dari -7 hingga 7
2. P = Himpunan bilangan prima yang kurang dari 20
3. K = Himpunan mahasiswa kualifikasi guru madrasah IPA Biologi IAIN Mataram 2011

**2. Enumerasi,**

Metode ini dilakukan dengan cara mendaftar atau menuliskan semua anggota himpunan tersebut dalam tanda { }.

**Teladan 1.3**

Bersesuain pada Teladan 1.2 di atas, jika didefinisikan dalam bentuk enumerasi sebagai berikut:

1. M = {Jibril, Mikail, Isrofil, Izroil, Mungkar, Nakir, Raqib, Atid, Malik Ridwan}
2. B = {-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1, 2, 3, 4, 5,6,7}
3. P = {2,3,5,7,11,13,17}
4. K = {Alif, Auliya, Erwin, Ripai, Nasir, Rena, Chidin}

**3. Menuliskan pola keanggotaan**

Metode ini dilakukan dengan cara menuliskan beberapa anggota himpunan yang jelas polanya kemudian anggota selanjutnya diwakilkan oleh tiga buah noktah.

**Teladan1.4**

1. M = {Jibril, Mikail, Isrofil, . . .}

Artinya bahwa, M terdefinisi sebagai Himpunan nama-nama malaikat

1. B = {-7,-6,-5, . . .,7}

Artinya bahwa, B terdefinisi sebagai himpunan bilangan bulat dari -7 hingga 7

1. P = {2, 4, 6, . . .}

Maksudnya P didefinisikan sebagai himpunan bilangan genap positif

1. Q = {. . ., -2, -1, 0, 1, 2, . . .}

Maksudnya Q didefinisikan sebagai himpunan bilangan bulat bulat

*Catatan:* Dalam penulisan pola ini, perlu diperhatikan bahwa pola yang digunakan jangan sampai multi arti, sehingga setiap orang harus memiliki penafsiran yang sama, tapi pola tersebut harus memiliki arti yang tunggal.

**4. Notasi Himpunan**

Metode ini dilakukan dengan cara membuat simbol aturan dari sifat atau pola keanggotaan tersebut.

**Teladan 1.5**

1. *P* = {*x* | *x* himpunan bilangan asli antara 7 dan 15}

Maksudnya *P* = {8,9,10,11,12,13,14}

1. *Q* = { *t* | *t* biangan asli}

Maksudnya *Q* = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,…}

1. *R* = { *s* | *s*2-1 = 0, *s* bilangan real}, maksudnya *R* = {-1,1}

**5. Interval Bilangan**

Pendefinisian himpunan dengan metode ini hanya digunakan dalam pendefinisian himpunan bilangan real dengan cara menuliskan batas bawah himpunan dan batas atas himpunan dalam tanda “( )”, “( ]”, “[ )” dan “[ ]”

**Teladan 1.6**

1. R = (1, 2)

Pendefinisian di atas berarti bahwa R adalah himpunan bilangan Real dari setelah satu sampai dengan sebelum 2. Simbol “ ( “ berari bahwa bilangan 1 bukan termasuk anggota himpunan. Demikian juga dengan “ ) “ berarti 2 bukan termasuk anggota himpunan.

1. R = (1, 2]

Pendefinisian di atas berarti R adalah himpunan bilangan Real dari setelah satu sampai dengan 2. Simbol “ ] “ berarti bahwa bilangan 2 termasuk anggota himpunan sedangkan 1 bukan termasuk anggota.

1. R = [1, 2) dan R = [1, 2] diberikan sebagai latihan mahasiswa.
2. R = (-∞,2)

Pendefinisian tersebut berarti bahwa R adalah himpunan bilangan real yang kurang dari dua. Dalam hal ini bilangan 2 bukan termasuk anggota himpunan R.

1. R = (-∞,2]

Pendefinisian tersebut berarti bahwa R adalah himpunan bilangan real yang kurang dari dan sama dengan dua.

1. R=(2,∞), R = [2,∞) dan R =[2] diberikan kepada mahasiswa sebagai latihan.

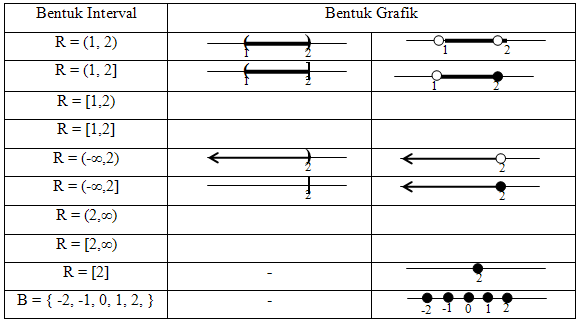
**6. Metode Grafik**

Pendefinisian himpunan dengan menggunakan metode grafik, dilakukan dengan cara membuat garis bilangan dan noktah sebagai ilustrasi keanggotaan himpunan pada bilangan tersebut. Berikut diberikan contoh untuk membangun pemahaman metode grafik.

**Teladan 1.7**

Perhatikan himpunan R pada Teladan 1.6 di atas. HImpunan tersebut jika disajikan dalam bentuk grafik diperoleh sebagai berikut:

Tabel 1.1 Penyajian himpunan dalam bentuk interval dan grfais

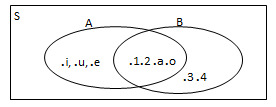
****

**7. Diagram Venn**

Pendefinisian himpunan dengan diagram venn dibentuk dengan cara menempatkan himpunan Semesta S pada sebuah persegi panjang dan untuk himpunan lainnya dengan kurva tertutup sederhana dan anggotanya dengan noktah (titik).

**Teladan 1.8**

Misalkan dimiliki himpunan A = { a, i, u, e, o, 1, 2} dan B = {1, 2, 3, 4, a, o} maka pendefinisian dalam diagram venn sebagai berikut



Gambar 1.2

Diagram venn di atas berarti bahwa, telah didefinisikan himpuan A = {1, 2, a, i, u, e, o} dan B = {1, 2, 3, 4, a, o} dan himpunan {1, 2, a, o}.

**JENIS-JENIS HIMPUNAN**

Telah dikemukakan di atas bahwa konsep himpunan dalam matematika angggotanya harus terdefinisi dengan jelas. Dari konsep tersebut dikembangkan beberapa konsep himpunan yang didefinisikan. Konsep-konsep tersebut adalah sebagai berikut:

|  |
| --- |
| Definisi 1.1 Himpunan Semesta  Suatu himpunan S disebut himpunan semesta jika dan hanya jika keseluruhan dari *elemennya* menjadi topik pembahasan suatu himpunan tertentu. |

**Teladan 1.9**

1. Misalkan B = himpunan mahasiswa jurusan IPA Biologi IAIN Mataram, maka himpunan semesta dari B adalah S = himpunan mahasiswa fakultas tarbiyah IAIN Mataram atau S = himpunan mahasiswa IAIN Mataram.
2. Misalkan B = himpunan bilangan Asli, maka himpunan semestanya adalah S = himpunan bilangan Bulat.
3. Misalkan C = himpunan bilangan bulat, maka himpunan semestanya adalah S = himpunan bilangan Real

|  |
| --- |
| Definisi 1.2 Himpunan Kosong  Suatu himpunan disebut himpunan kosong jika dan hanya jika himpunan tersebut tidak memiliki anggota dan disimbolkan dengan Ф atau { } |

**Teladan 1.10**

Misalkan didefinisikan himpunan sebagai berikut:

1. A = Himpunan dosen non muslim IAIN Mataram

Dalam hal ini, dengan jelas dapat ditentukan bahwa himpunan A tidak memiliki anggota, karena syarat untuk menjadi dosen IAIN Mataram harus muslim.

1. B = Himpunan bilangan asli yang kurang dari 1

Karena himpunan bilangan asli adalah {1, 2, 3, . . .}, jelas bahwa tidak ada bilangan asli yang kurang dari 1, sehingga n (B) = 0.

|  |
| --- |
| Definisi 1.3 Himpunan Berhingga dan Tak Berhingga  Suatu himpunan disebut berhingga jika dan hanya jika banyaknya anggota himpunan tersebut dapat dinyatakan dalam bilangan bulat tak negatif dan sebaliknya disebut himpunan tak berhingga |

Sebutan lain dari himpunan berhingga adalah *finit set* dan tak berhingga *unfinit sets*.

**Teladan 1.11**

Misalkan dimiliki himpunan sebagai berikut:

A = Himpunan mahasiswa IAIN yang masih BALITA

B = {1, 3, 5, 7}

C = {0, 2, 4, 6, . . , 20}

D = {x/x nama hari dalam seminggu}

E = {0, 1, 2, 3, …}

F = {. . ., -2,-1,0,1,2,. . . }

G = {x/0<x<1}

Dari himpunan tersebut di atas, himpunan A, B, C dan D adalah himpunan berhingga karena n(A) = 0, n(B)=4, n(C) = 11 dan n(D) = 7. Sedangkan himpunan E, F dan G adalah himpunan tak berhingga, karena n(E), n(F) dan n(G) tidak diketahui.

|  |
| --- |
| Definisi 1.4 Himpunan Terbilang dan Tak Terbilang  Suatu himpunan disebut terbilang jika dan hanya jika setiap anggotanya dapat disebutkan satu persatu, dan sebaliknya disebut tak terbilang. |

Istilah lain dari himpunan terbilang adalah *Caountable* atau *Denumerable* dan untuk yang tak terbilang disebut *Un Countable* atau *Non Denumerable.*

Teladan 1.12

Misalkan dimiliki himpunan sebagai berikut:

A = {a,b,c,d}; B = {1,2,3,. . .} dan C = {x/0 < x < 1}

Himpunan A dan B disebut himpunan terbilang, karena setiap anggotanya InsyaAllah dapat disebutkan satu per satu meskipun B juga termasuk himpunan tak berhingga. Sedangkan C adalah himpunan tak terbilang, karena kita tidak dapat menyebutkan satupersatu anggotanya. Karena kita tidak dapat menyebutkan bilangan real setelah nol atau bilangan real sebelum 1. Dalam hal ini C juga disebut himpunan tak berhingga dan tak terbilang.

|  |
| --- |
| Definisi 1.5 Himpunan terbatas dan Tak Terbatas  Suatu himpunan disebut terbatas, jika dan hanya jika himpunan tersebut memiliki batas atas dan batas bawah |

Sebutan lain dari himpunan terbatas adalah *Bounded Set* dan Tak terbatas *Un bounded Set*.

**Teladan 1.13**

a. K ={1,2,3,4}, mempunyai batas bawah 1 dan batas atas 4. Jadi L merupakan himpunan terbatas.

b. L = {x/x < 4}, hanya mempunyai batas atas, yakni 4. Jadi L merupakan himpunan tak terbatas.

**RELASI HIMPUNAN**

Relasi antara dua buah himpunan adalah pernyataan yang mendefinisikan hubungan antara suatu himpunan dengan himpunan lainnya.

|  |
| --- |
| Definisi 1.6 Relasi Bagian (Sub Set)  Suatu himpunan A disebut bagian dari himpunan B jika dan hanya jika untuk setiap anggota A menjadi anggota dari B.  Model simboliknya:  Lebih lanjut A disebut Himpunan Bagian dari B dan B disebut Super Himpunan A |

**Teladan1.14**

1. Misalkan A = himpunan mahasiswa kualifikasi IPA Biologi IAIN Mataram dan B = himpunan mahasiswa IAIN Fakultas Tarbiyah IAIN Mataram. dalam hal ini Himpunan A disebut sebagai himpunan bagian dari B, karena semua mahasiswa kualifikasi IPA Biologi IAIN Mataram adalah mahasiswa Fakultas Tarbiyah IAIN Mataram. Secara simbolik ditulis sebagai  Karena
2. Misalkan dimiliki himpunan

C = { 1, 2, 3, a, b, c, d} dan D = { 1, b, 3, d}, maka D adalah himpuan bagian dari C, karena semua anggota D adalah anggota C.

|  |
| --- |
| Pengertian 1.2 Himpuan Bagian Murni (Proper Subset)  Himpunan bagian murni adalah himpunan bagian tanpa memperhatikan himpunan itu sendiri. |

**Teladan 1.15**

Misalkan C = {a,b, maka himpunan bagian murni dari C adalah { }, {a}, {b}.

|  |
| --- |
| Pengertian 1.3 Koleksi Himpunan Collection of Sets)  Suatu himpunan yang anggotanya terdiri dari himpunan disebut koleksi himpunan |

**Teladan 1.16**

Misalkan dimiliki himpunan {1,2,3}, {a,b}, {ayam, itik, burung} kemudian dibentuk himpunan K = {{1,2,3}, {a,b},{ayam, itik,burung}}, maka himpunan K disebut koleksi himpunan.

|  |
| --- |
| Pengertian 1.4 Himpunan Kuasa  Suatu koleksi himpunan yang anggotanya semua himpunan bagian dari suatu himpunan tertentu disebut sebagai himpunan kuasa dari himpunan tersebut. |

**Teladan 1.17**

Misalkan dimiliki himpunan A = {1, 2, 3}, maka himpunan bagian A adalah {1}, {2}, {3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {1,2,3}. Himpunan kuasa dari A adalah P(A) = {Ф, {1}, {2}, {3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {1,2,3}}.

|  |
| --- |
| Teorema 1.1  Jika A adalah himpunan dengan kardinal n, maka kardinal dari himpunan kuasa A adalah 2n |

**Teladan 1.18**

Dari Teladan 1.9 di atas, diketahui bahwa kardinal dari A adalah 3, maka kardinal dari himpunan kuasa A adalah 23 = 8.

|  |
| --- |
| Definisi 1.7 Relasi Kesamaan  Himpunan A disebut sama dengan B jika dan hanya jika A adalah Sub Set dari B dan B adalah Sub Set dari A.  Model simboliknya: |

**Teladan 1.19**

Misalkan dimiliki himpunan A = { 1, 2, 3,4} dan B = { 4, 3, 2, 1}

Dapat diketahui dengan mudah bahwa, setiap anggota A adalah anggota B () dan setiap anggota B adalah anggota dari A.

|  |
| --- |
| Definisi 1.8 Ekivalensi Himpunan  Himpunan A disebut ekivalen dengan B jika dan hanya jika kardinal dari A sama dengan kardinal dari B.  Model simboliknya: |

**Teladan 1.20**

Misalkan dimiliki himpunan A = {a, b, c, d, e} dan B = {1, 2, 3, 4, 5}, maka jelas bahwa n(A) = 5 = n(B). Misalkan C = Himpunan nama-nama hari dan D adalah himpunan nama-nama Bulan, maka jelas bahwa C tidak ekivalen dengan D, karena n(C) = 7 ≠ 12 = n(D).

Sekarang tentukan apakah pernyataan berikut benar..?

1. Setiap himpunan yang sama, maka himpunan tersebut ekivalen
2. Setiap himpunan yang ekivalen, maka himpunan tersebut sama

**SIFAT-SIFAT RELASI HIMPUNAN**

|  |
| --- |
| Definisi 1.9 Sifat Refleksif  Suatu relasi disebut refleksif jika dan hanya jika relasi tersebut merelasikan himpunan tersebut dengan himpunan itu sendiri |

**Teladan 1.21**

Jika A adalah himpunan, maka jelas bahwa AA, A=A dan A~A. Hal ini menunjukkan relasi bagian, relasi kesamaan dan relasi ekivalen merupakan suatu relasi refleksif.

|  |
| --- |
| Definisi 1.10 Sifat Simentrik  Suatu relasi antara dua buah himpunan disebut simetrik jika dan hanya jika himpunan pertama berelasi dengan himpunan kedua mengakibatkan himpunan kedua berelasi pula dengan himpunan pertama |

Relasi kesamaan “ = “ dan ekivalen “~” merupakan relasi simetrik, sebab

i). A = B ==> B = A

ii) A ~ B ==> B ~ A

sedangkan bukan relasi simetrik, sebab

iii) A  B maka belum tentuk B  A

Jika A adalah himpunan, maka jelas bahwa AA, A=A dan A~A. Hal ini menunjukkan relasi bagian, relasi kesamaan dan relasi ekivalen merupakan suatu relasi refleksif.

|  |
| --- |
| Definisi 1.11 Sifat Anti Simentrik  Suatu relasi antara himpunan A dan B disebut Antisimetrik jika dan hanya jikaA berelasi dengan B dan B berelasi dengan A mengakibatkan A = B |

Relasimerupakan relasi Anti simentrik, sebab jika A  B dan B  A maka A = B. Sedangkan relasi ~ bukan Anti Sementrik, sebab tidak berlaku jika A~B dan B~A tidak dapat menyebabkan A = B

Apakah relasi = merupakan relasi Anti Simetrik..?Silahkan selidiki sebagai latihan!

|  |
| --- |
| Definisi 1.12 Sifat Transitif  Suatu relasi antara dua himpunan disebut transitif jika dan hanya jika himpunan pertama berelasi dengan himpunan ke-dua menyebabkan himpunan pertama berelasi dengan himpunan ketiga. |

Ketiga relasi, , = dan ~ merupakan relasi transitif, karena

i). A  B dan BC maka A  C

ii). A = B dan B = C maka A = C

iii). A ~ B dan B~C, maka A ~ C

**OPERASI HIMPUNAN**

Operasi adalah suatu relasi yang berkenaan dengan suatu unsur atau lebih sehingga menghasilkan unsur lain yang unik/tunggal.

**1. Operasi Uner**

Operasi uner merupakan operasi tunggal, dalam himpunan operasi uner yang didefinisikan adalah *komplemen*.

|  |
| --- |
| Definisi 1.13 Operasi Komplemen  Jika A adalah suatu himpunan, maka operasi komplemen pada A didefinisikan sebagai |

Pengertian dari definisi tersebut adalah, komplemen dari A adalah himpunan A’ yang anggotanya adalah bukan anggota dari himpunan A yang ada pada himpunan semesta A.

**Teladan 1.22**

Misalkan A = {1, 2, 3, 4}, maka jelas bahwa semesta dari A adalah S = Himpunan bilangan Asli. Maka A’ = { 5, 6, 7, . . .}.

Misalkan B = { Muharam, Rajab, Zulhijjah}, maka jelas bahwa himpunan semesta dari adalah S = Himpunan nama bulan hijriah. Oleh karena itu maka Bc = {Safar, Rabiul Awal, Rabiul Akhir, Jumadil Awal, Jumadil Akhir, Sa’ban, Ramadhan, Syawal, Zulqaidah}.

**2. Operasi Biner**

Biner berarti dua, sehingga operasi biner berarti operasi yang melibatkan dua buah himpunan.

|  |
| --- |
| Definisi 1.14 Operasi Irisan (Intersection)  Jika A dan B sembarang himpunan, maka operasi irisan A dan B didefinisikan sebagai |

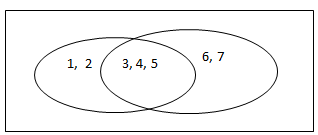
Pengertian dari definisi di atas adalah, irisan dari himpunan A dan B adalah himpunan baru yang anggotanya adalah anggota himpunan yang ada di A dan juga ada di B.

**Teladan 1.23**

Misalkan A = { 1, 2, 3, 4, 5} dan B = {3, 4, 5, 6, 7} maka irisan dari A dan B adalah

, karena





Gambar 1.2

Ada dua jenis relasi sebagai tambahan ketiga relasi tersebut di atas yang berhubungan terdefinisinya irisan, yakni **Relasi Berpotongan**/**Lepas.**

|  |
| --- |
| Definisi 1.15 Relasi Berpotongan atau beririsan  Dua buah himpunan disebut memiliki relasi berpotongan jika dan hanya jika irisannya bukan himpunan kosong. Dalam notasi matematika ditulis sebagai |

Himpunan yang yang memenuhi definisi tersebut disebut sebagai himpunan beririsan atau berpotongan.

**Teladan 1.24**

Misalkan dimiliki himpunan A = { 1,2, 3, 4} dan B = {2, 3, 5, 7} maka A dan B disebut himpunan yang saling beririsan karena 

|  |
| --- |
| Definisi 1.16 Relasi Lepas  Dua buah himpunan disebut memiliki relasi lepas jika dan hanya jika irisannya merupakan himpunan kosonga. Ditulis dalam notasi matematika sebagai . |

Selanjutnya himpunan yang memenuhi definisi relasi lepas, disebut sebagai himpunan saling lepas.

**Teladan 1.25**

Misalkan dimiliki himpunan A = { 1,2, 3, 4} dan B = {5, 7, 11,17} maka A dan B disebut himpunan yang saling lepas karena 

|  |
| --- |
| Definisi 1.17 Operasi Gabungan Himpunan (Union)  Jika A dan B sembarang himpunan, maka operasi gabungan A dan B didefinisikan sebagai |

Dari definisi tersebut, hasil operasi gabungan himpunan A dan B adalah himpunan baru yang anggotanya ada di A atau ada di B. Dengan kata lain himpunan yang anggotanya gabungan dari anggota himpunan A dan B,

**Teladan 1.26**

Misalkan himpunan A = { 1,2, 3, 4} dan B = {2, 3, 5, 7} maka 

|  |
| --- |
| Definisi 1.18 Operasi Penjumlahan Himpunan  Jika A dan B sembarang himpunan, maka operasi penjumlahan himpunan A dan B didefinisikan sebagai |

Dari definisi tersebut adalah, hasil operasi penjumlahan himpunan A dan B adalah humpunan baru yang anggotanya adalah anggota himpunan Adan Anggota himpunan B yang tidak termasuk dalam anggota irisan A dan B.

**Teladan 1.27**

Misalkan dimiliki himpunan A = { 1,2, 3, 4} dan B = {2, 3, 5, 7} maka  sehingga 

|  |
| --- |
| Definisi 1.19 Operasi Pengurangan Himpunan  Jika A dan B sembarang himpunan, maka operasi pengurangan himpunan A dan B didefinisikan sebagai |

Pengertian dari definisi tersebut adalah, hasil operasi pengurangan himpunan A dan B adalah humpunan baru yang anggotanya adalah anggota himpunan A yang bukan menjadi anggota himpunan B.

**Teladan 1.28**

Misalkan dimiliki himpunan A = { 1,2, 3, 4} dan B = {2, 3, 5, 7} maka 

|  |
| --- |
| Definisi 1.20 Operasi Perkalian  Jika A dan B sembarang himpunan, maka operasi pengurangan himpunan A dan B didefinisikan sebagai |

Pengertian dari definisi tersebut adalah, hasil operasi perkalian himpunan A dan B adalah humpunan baru yang anggotanya dibentuk dari pasangan terurut anggota A dan B.

**Teladan 1.29**

A = {a,b} dan B = {1,3,5}, maka

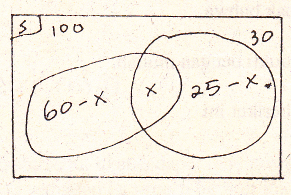
A x B = {(a,1), (a,3), (a,5), (b,1), (b,3) dan (b,5)}

**Teladan 1.30**

Suatu survey yang dilakukan terhadap 100 orang, menyatakan bahwa 60 orang yang memiliki pesawat radio, dan 25 orang yang memiliki pesawat TV. Selanjutnya ternyata ada 30 orang yang tidak memiliki kedua pesawat tersebut. Tentukan berapa orang yang memiliki pesawat radio dan TV?

Solusi:

Misalkan yang memiliki kedua jenis pesawat tersebut adalah x, maka 60-x orang yang memiliki pesawat TV saja. Diagram venn kasus ini adalah



Gambar 1.3

Dari gambar di atas, dapat persamaan sebagai berikut:

60-x + x + 25-x + 30 = 100 🡪 x = 15

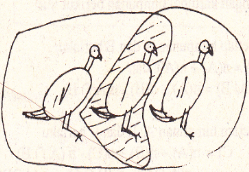
Jadi ada 15 orang yang memiliki kedua pesawat tersebut:

**Teladan 1.31**

Disuatu pematang sawah, ada beberapa ekor bebek sedang jalan beriringan. Pada iringan tersebut tampak bahwa 2 ekor berada di depan yang satunya, dan 2 ekor lagi di belakang yang satunya. Ada berapakah ekor bebek yang ada pada pematang sawah tersebut:

Solusi:

Dagram venn dari permasalahan tersebut adalah



Gambar 1.4

Berdasarkan dagram venn tersebut jelas terdapat 2 ekor bebek di depan yang satunya dan 2 ekor bebek di belakang yang satunya, sehingga banyaknya bebek pada pematang sawah tersebut adalah 3 ekor.

**HUKUM-HUKUM HIMPUNAN**

Hukum dalam pengertian ilimiah adalah teorema yang kebenaranya sudah terbukti. Terdapat banyak hukum dalam teori himpunan, akan tetapi dalam pengantar dasar matematika, akan dibahas 12 hukum. Misalkan A, B dan C sembarang himpunan, maka berlaku relasi berikut:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Hukum Identitas | 1. Hukum Dominasi |
| 1. Hukum Komplemen I   i).  ii) | 1. Hukum Komplemen II   i).  ii). |
| 1. Hukum Idempoten   ii). | 6. Hukum Involusi  i). |
| 7. Hukum De Morgan  i).  ii). | 8. Hukum Penyerapan/absorpsi  i).  ii). |
| 9. Hukum Komutatif/Pertukaran  i).  ii). | 10. Hukum Asosiatif/Penglompokan  i).  ii). |
| 11. Hukum Distributif  i).  ii). | |
| 12. Hukum Dualitas; yakni penukaran operasi  degan  dan himpunan S dengan . Misal | |

**ALAJABAR HIMPUNAN**

Aljabar berarti penyelesaian permasalahan matematika dengan pengoperasian simbol-simbol sebagai lambang dari permasalahan matematika yang belum diketahui penyelesainnya. Konsep fikir aljabar ini pertama kali dikembangkan oleh ilmuan islam Al-Khwarizmi yang berkembang pada tahun 780-850M. Istilah Aljabar diambil dari tulisannya yang paling terkenal dengan judul **Hisab Al-jabr wal muqabalah** yang artinya **perhitungan dengan restorasi dan reduksi** pada tahun 830M.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Istilah Bahasa Arab | Istilah Bahasa Indonesia | Istilah Bahasa Ingris |
| Al-Jabr | Aljabar | Algebra |

Konsep Lajabar yang dikembangkan oleh Al-Khawarizmi disebut **aljabar klasik yang** merupakan suatu konsep matematika yang menggunakan **simbol-simbol** untuk **mewakili bilangan** yang belum diketahui dalam perhitungan. Dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, kenyataan diketahui bahwa tidak hanya bilangan yang dapat diwakili oleh simbol-simbol tersebut, bisa juga konsep-konsep lainnya, seperti sifat simetri suatu banngun, posisi dari suatu jaringan, instruksi terhadap suatu mesin atau dapat juga melambangkan desain dari sebuah ekspresi statistik. Kenyataan ini kemudian disebut dengan **aljabar modern**.

**Teladan 1.30**

Jika A, B dan C semabarng himpunan, maka Buktikan bahwa

1. 

Bukti:

i) Menggunakan hukum–hukum himpunan:



ii) Menggunakan tabel sifat keangotaan dengan cara sebagai berikut:

Misalkan *x* suatu objek, maka terhadap himpunan A dan B akan terdapat kemungkinan x  A atau x A, dan x  B atau x  B. Jika kenyataan x sebagai anggota dinyatakan sebagai 1 dan dan kenyataan x bukan sebagai anggota dinyatakan dengan 0, maka dapat dikontruksi tabel kebenaran sebagai berikut:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | AB | B’ | AB’ | (AB)( AB’) |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Dari tabel tersebut, diperoleh kenyataan bahwa sifat keanggotaan pada himpunan A sama dengan sifat keanggotaan himpunan (AB)( AB’), maka dapat disimpulkan bahwa

A = (AB)( AB’). Jadi terbukti.

*2. *

Bukti:



  
Dengan tabel keanggotaan

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | B-A | A(B-A) | AB |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Dari tabel tersebut, diperoleh kenyataan bahwa sifat keanggotaan pada himpunan A(B-A) sama dengan isfat keanggotaan himpunan AB, maka dapat disimpulkan bahwa A(B-A) = (AB)( AB’). Jadi terbukti.

3. 

Bukti:



Jadi terbukti;

Pembuktian dengan tabel keanggotaan sebagai berikut:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | A-B | (A-B)-C | A-C | (A-C)-B |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Dari tabel tersebut, diperoleh kenyataan bahwa sifat keanggotaan pada himpunan (A-B)-C sama dengan isfat keanggotaan himpunan A-C)-B, maka dapat disimpulkan bahwa (A-B)-C = (A-C)-B. Jadi terbukti.

4. 

Bukti:





Terbukt bahwa 

Pemuktian dengan menggunakan tabel keanggotaan adalah sebagai berkut:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | A+B | (A+B)A | B’ | AB’ |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Dari tabel tersebut, diperoleh kenyataan bahwa sifat keanggotaan pada himpunan (A+B)A sama dengan sifat keanggotaan himpunan AB’, maka dapat disimpulkan (A+B)A = AB’. Jadi terbukti.

Berikut diberikan contoh pembiktuan sifat himpunan menggunakan alajab himpunan berdasarkan definisi himpunan.

**Teladan 1.31**

Buktikan bahwa, jika  dan  maka 

Bukti:

Diketahui : i). dan ii)., maka akan dibuktikan 

Misalkan 

1. Karena , maka , : def.sub set

2. Karena  : def. Union

3. Karena  : def. Himpunan Lepas

4. 

5. Karena 

Jadi terbukti bahwa , jika  dan  maka 

**Teladan 1.32**

Jika A, B dan C adalah sembarang himpunan, buktikan bahwa 

Bukti:

Teknik pembuktian menggunakan metode kontradiksi. Artinya kita misalkan , maka jika kita dapat menunjukkan bahwa permisalan  salah, maka haruslah yang bernilai benar adalah . Metode ini digunakan karena tidak mungkin kita dapat menunjukkan suatu keanggotaan yang kosong. Prosedur pembuktian sebagai berikut:

Misalkan , maka

1. 

2. 

3. 

4. 

Kenyataan 3 dan 4 bertentangan, yakni , dimana kondisi tersebut mustahil terjadi. Hal ini berarti bahwa  bernilai salah, jadi seharusnya yang bernilai benar adalah .

Demikian telah disampaikan tiga metode aljabar himpunan untuk menentukan kebenaran hasil operasi suatu himpunan. Untuk mengukur tingkat pemahaman anda, silahkan soal-soal berikut diselesaikan.

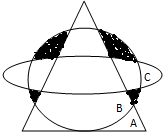
|  |
| --- |
| **LATIHAN BAGIAN I** |

Untuk lebih memantapkan pemahaman anda mengenai materi yang telah dipelajari, kerjakan dengan benar soal latihan berikut:

1. Berikan masing-masing 5 contoh kumpulan yang merupakan himpunan dan bukan himpunan dalam konsep matematika.
2. Apakah setiap himpunan yang ditulis dalam enumerasi, dapat ditulis dalam bentuk notasi aturan dan apakah dapat berlaku sebaiknya?
3. Tuliskan 3 buah himpunan, kemudian periksa apakah himpunan tersebut merupakan himpunan berhingga, tah berhingga, terbilang, tak
4. terbilang, terbatas dan tak terbatas. Jelaskan jawaban anda!
5. Sebutkan kelemahan dan keunggulan pendefinisian himpunan menggunakan diagram venn dan grafik
6. Tuliskan dalam bentuk diagram venn himpunan bilangan Real, Rasional, Irrasional, .Bulat dan Asli.
7. Kumpulan yang merupakan himpunan dalam pengertian matematika adalah kumpulan
8. Guru
9. Guru matematika
10. Guru Matematika yang mengajar matematika
11. Guru matematika yang bukan manusia
12. Himpunan yang *tidak* dapat dinyatakan dengan metode enumerasi adalah
13. {x/x bilangan asli}
14. {x/ x nama hari dalam seminggu
15. {x/x < 0, x bilangan bulat}
16. {x/0<x<7, x bilangan rasional}
17. Jika A = {a, b, c, d} maka banyaknya himpunan bagian dari A yang kardinalnya 3 adalah
18. 1 b. 4 c. 6 d. 16
19. Kardinal yang benar untuk himpunan-himpunan di bawah ini adalah
20. {x/0<x<1, x bilangan asli} adalah tak hingga
21. {matematika} adalah 1
22. {m, a, t, e, m, a, t, i, k, a} adalah 10
23. {} adalah 0
24. Himpunan {x/0 < x< 1, x bilangan real} adalah himpunan
25. Terhingga non denumerable
26. Tak hingga, tak terbilang, dan tak terbatas
27. Terhingga, tak terbilang, dan tak terbatas
28. Terbatas, terbilang dan tak hingga
29. Salah satu contoh himpunan yang tak terbatas, tak terbilang dan tak hingga adalah
30. Himpunan bilangan asli
31. Himpunan bilangan bulat tak negative
32. Himpunan bilangan prima
33. Himpunan bilangan rasional
34. Misalkan A, B, dan C adalah sembarang himpunan, buktikan bahwa
35. 
36. 
37. 
38. 
39. 
40. Jika A, B daan C adalah himpunan-himpunan yang tidak kosong maka himpunan  akan sama dengan
41. 
42. 
43. 
44. 
45. Jika P dan Q adalah dua himpunan yang berpotongan, maka himpunan  sama dengan
46. P’ b. P c. Q’ d. Q
47. Jika  maka pernyataan yang benar adalah
48. 
49. 
50. 
51. 
52. Pernyataan berikut yang benar adalah
53. 
54. 
55. 
56. Jika , maka  dan 
57. Himpunan yang sama dengan himpunan A adalah
58. 
59. 
60. 
61. 
62. Misalkan A ={a, b}, B = {a, b, c}, C = {a, b, c, d}

Tentukan banyaknya himpunan bagian dari masing-masing himpunan tersebut yang anggotanya terdiri dari 1 anggota, 2 anggota dan 3 anggota.

1. Tentukan himpunan kuasa dari A, B dan C pada soal nomor 1 di atas.
2. Tentukan hubungan antara kardinal suatu himpunan, himpunan sama dan himpunan ekivalen.
3. Nyatakn diagram venn dari
4. 
5. 
6. 
7. Diketahui himpunan A ={bilangan Asli}; B = {bilangan bulat}, C = {bilangan genap} dan D = {bilangan ganjil}. Tentukan pernyataan berikut yang benar!
8. 5  A
9. D B
10. C bukan Sub set dari B
11. 
12. Jika A dan B keduanya himpunan yang tidak kosong dan n(A-B) = n(A).
13. A = B b. A B=B c. AB=B d. A
14. Jika A={x/-5 ≤x≤5}, B ={x/5 < x ≤ 10} dan C = {x/3 < x < 5}, maka hasil dari operasi (A-B)C sama dengan
15. {x/ 3 ≤ x ≤ 5}
16. {x/-5 ≤ x ≤ 10}
17. {x/ 3 ≤ x ≤ 10}
18. {x/-5 ≤ x ≤ 3}
19. Pernyataan yang benar berikut ini adalah
20. n(A) = n(B) ==> A = B
21. A ~ B ==> A = B
22. A = B ==> n(A) = n(B)
23. A = B ==> A ~ B
24. Perhatikan diagram venn berikut.



Daerah yang diarsir adalah himpunan

1. A’ BC
2. A’  B’  C’
3. A’  B’  D
4. A’  B  C’

**1.2 Himpunan Fuzzy**